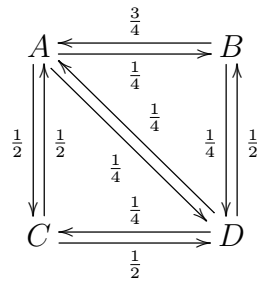
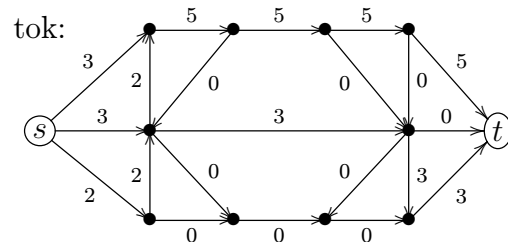
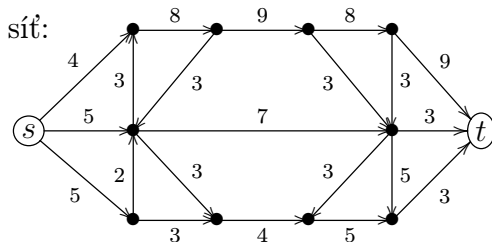


Teorie grafů – podzim 2021 – 5. termín

1. (10 bodů) Následující graf vyjadřuje pravděpodobnost, do které z místností A , B , C , D se nehlídané dítě přesune během jedné minuty. Určete, do které místnosti je třeba dítě umístit, chceme-li maximalizovat pravděpodobnost, že když se je po čtyřech minutách vydáme hledat, najdeme je hned v první prohledávané místnosti. (Jako první prohledáváme samozřejmě místnost, kde se dítě nachází s největší pravděpodobností.)



2. (10 bodů) Pomocí algoritmu Edmondse a Karpa upravte následující tok na tok největší velikosti.

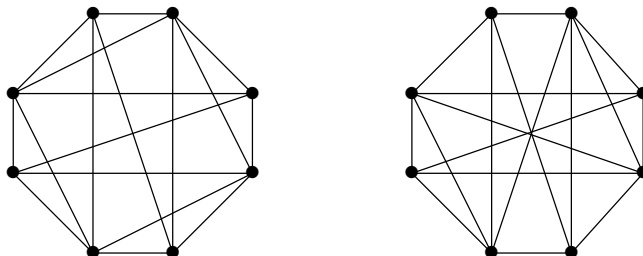


3. (5 bodů) Dejte příklad 2-souvislého 3-regulárního grafu se čtrnácti vrcholy, který není hamiltonovský. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
4. (5 bodů) Dejte příklad hranově 3-souvislého grafu s deseti vrcholy a jeho dvou vrcholů u a v takových, že počet tahů z u do v je přesně o pět vyšší než počet cest z u do v . Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
5. (5 bodů) Dejte příklad eulerovského grafu G se šesti vrcholy, který splňuje rovnost $\chi(G) = 4$. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
6. (10 bodů) Určete, pro která nezáporná celá čísla x a y je posloupnost

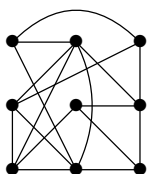
$$(x, x, x, x + 2, y, y + 2, y + 2, y + 2, y + 2)$$

skórem nějakého grafu, a svoje rozhodnutí zdůvodněte. Pro všechny takové hodnoty x a y dejte příklad grafu s tímto skóre.

7. (10 bodů) Najděte všechny vzájemně neizomorfní obyčejné grafy se sedmi vrcholy a šesti hranami, které mají právě jeden bod artikulace a obsahují kružnici.
8. (8 bodů) Rozhodněte, zda jsou následující dva grafy izomorfní. Svoje rozhodnutí zdůvodněte.



9. (7 bodů) Rozhodněte, zda následující graf je rovinný. Pokud rovinný je, doplňte jej na maximální rovinný graf. Pokud rovinný není, svoje rozhodnutí zdůvodněte.



10. (10 bodů) Nechť $n \geq 1$ je celé číslo a nechť G je obyčejný graf, který vznikne z grafu $K_{n,n}$ provedením dělení jedné jeho hrany. Určete hranovou a vrcholovou souvislost G , jeho hranové a vrcholové chromatické číslo a zda je G eulerovský či hamiltonovský.
11. (5 bodů) Definujte izomorfismus grafů.
12. (5 bodů) Formulujte větu o struktuře 2-souvislých grafů a vysvětlete všechny pojmy, které se v ní vyskytují.
13. (10 bodů) Dokažte, že každý 2-souvislý graf o n vrcholech, který není izomorfní grafu C_n , má alespoň $3n - 4$ koster.