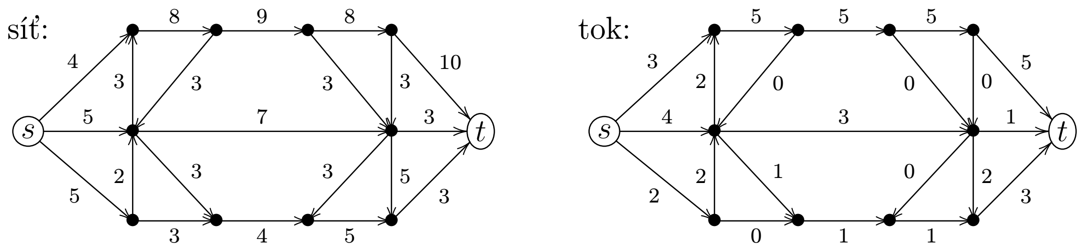
Teorie grafů – podzim 2022 – 4. termín

1. (10 bodů) Pomocí algoritmu Edmondse a Karpa upravte následující tok na tok největší velikosti.

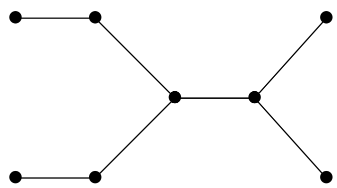


2. (10 bodů) Určete chromatický polynom grafu $K_{2,3}$.

3. (5 bodů) Dejte příklad bipartitního grafu G s osmi vrcholy, který splňuje rovnosti $\kappa(G) = 2$ a $\kappa'(G) = 3$. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.

4. (5 bodů) Dejte příklad 3-souvislého grafu G se šesti vrcholy, který splňuje rovnosti $\chi(G) = 3$ a $\chi'(G) = 5$. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.

5. (5 bodů) Dejte příklad grafu, který má následující blokový strom a jehož střed sestává z jediného vrcholu. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.



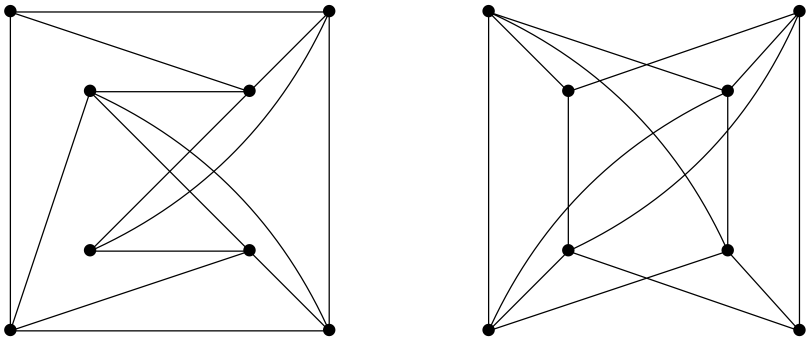
6. (10 bodů) Určete, pro která přirozená čísla x a y je posloupnost

$$(2, 3, 4, 4, 5, x, 7, y, y)$$

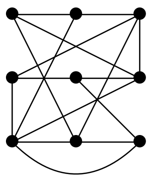
skórem nějakého grafu, a svoje rozhodnutí zdůvodněte. Pro všechny takové hodnoty x a y dejte příklad grafu s tímto skóre.

7. (10 bodů) Najděte všechny vzájemně neizomorfní 2-souvislé grafy se sedmi vrcholy, které přestanou být 2-souvislé po odebrání libovolné hrany.

8. (8 bodů) Rozhodněte, zda jsou následující dva grafy izomorfní. Svoje rozhodnutí zdůvodněte.



9. (7 bodů) Rozhodněte, zda následující graf je rovinný. Pokud rovinný je, doplňte jej na maximální rovinný graf. Pokud rovinný není, svoje rozhodnutí zdůvodněte.



10. (10 bodů) Nechť $n \geq 5$ je celé číslo a nechť G je obyčejný graf s n vrcholy u_i a hranami $u_i u_{i+1}$ a $u_i u_{i+3}$, pro $i \in \{1, \ldots, n\}$, kde u_{n+k} značí vrchol u_k, pro $k \in \{1, 2, 3\}$. Určete hranovou a vrcholovou souvislost G, jeho hranové a vrcholové chromatické číslo a zda je G eulerovský či hamiltonovský.

11. (5 bodů) Definujte obyčejný graf a izomorfismus obyčejných grafů.

12. (5 bodů) Formulujte Tutteho větu o perfektním párování a vysvětlete v ní použité pojmy.

13. (10 bodů) Dokažte, že v libovolném 2-souvislém grafu mají každé dvě nejdelší kružnice alespoň jeden společný vrchol.