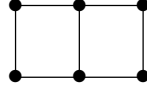
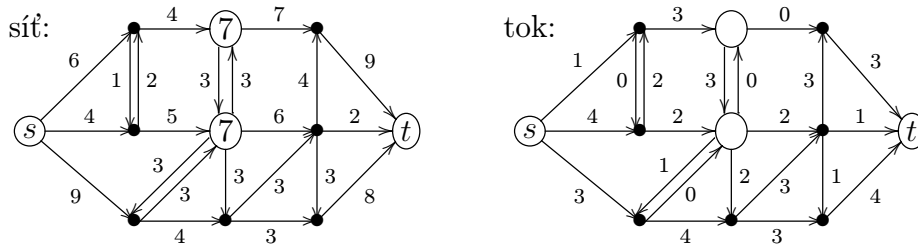


Teorie grafů – podzim 2024 – 4. termín

1. (10 bodů) Určete chromatický polynom grafu



2. (10 bodů) Pomocí algoritmu Forda a Fulkersona upravte následující tok v síti s danými kapacitami hran a dvou vrcholů na tok největší velikosti.

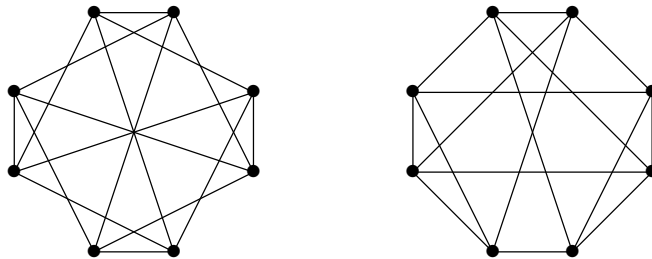


3. (5 bodů) Dejte příklad stromu G s alespoň třemi vrcholy takového, že jeho blokový strom je izomorfní vlastnímu podgrafu stromu G (tedy ne celému stromu G). Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
4. (5 bodů) Dejte příklad obyčejného grafu s deseti vrcholy, který má právě jedno perfektní párování a přitom každý jeho vrchol leží na kružnici sudé délky. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
5. (5 bodů) Dejte příklad souvislého 4-regulárního obyčejného grafu G s deseti vrcholy splňujícího $\chi'(G) = 5$. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
6. (10 bodů) Určete, pro která přirozená čísla x a y je posloupnost

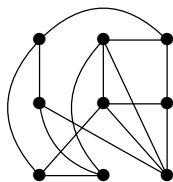
$$(1, 1, 1, 1, 1, 1, x, 4, y, 2x + 1)$$

skórem nějakého obyčejného grafu, a svoje rozhodnutí zdůvodněte. Pro všechny takové hodnoty x a y dejte příklad grafu s tímto skóre.

7. (10 bodů) Najděte všechny vzájemně neizomorfní souvislé grafy G se šesti vrcholy takové, že $\kappa(G)$ je menší než stupeň každého vrcholu.
8. (8 bodů) Rozhodněte, zda jsou následující dva grafy izomorfní. Svoje rozhodnutí zdůvodněte.



9. (7 bodů) Rozhodněte, zda následující graf je rovinný. Pokud rovinný je, doplňte jej na maximální rovinný graf. Pokud rovinný není, svoje rozhodnutí zdůvodněte.



10. (10 bodů) Nechť $n \geq 3$ a nechť G je obyčejný graf vzniklý odebráním dvou hran, které mají společný vrchol, z grafu K_n . Určete hranovou a vrcholovou souvislost G , jeho hranové a vrcholové chromatické číslo, zda je G eulerovský a zda je hamiltonovský.
11. (5 bodů) Definujte pojem vzdálenosti v obyčejném grafu a střed grafu.
12. (5 bodů) Formulujte větu o největších párováních a o vrcholových pokrytích v bipartitních grafech a vysvětlete v ní použité pojmy.
13. (10 bodů) Dokažte, že každý rovinný graf o n vrcholech obsahuje více než $n/13$ vrcholů stejného stupně.