

CVIČENÍ 1-2

Elementární metody I

1. Nalezni obecné řešení rovnice a) a vyřeš počáteční úlohy b), c). Kolik má každá z úloh řešení?

a) $x' = t^2$, b) $x' = \frac{1}{\sqrt{t(t+1)}}$, c) $x' = \log t$, $x(1) = 1$.
 $x(0) = 3$

2. Řeš následující úlohy:

a) $x' = \frac{x-1}{x^2 t^2}$, b) $x' = (2-x) \tan t$, c) $x' = x - x^3$, $x(0) = \frac{1}{2}$,
 $x(0) = -1$

d) $x' - \sin t = 5$, e) $x' = \frac{x \log x}{t}$, f) $2x - t^3 x' = 0$,

g) $(t+1) \cdot dx + tx \cdot dt = 0$, h) $\frac{t-1}{2x} = e^{-t} x'$, i) $x - x^2 + tx' = 0$.

3. Nalezni řešení zadaných rovnic:

a) $x' = 16t^2 + 8xt + x^2$, b) $x' = 6t + 2x + 3$, c) $x' = (x+t)^2$.

4. Nalezni řešení zadaných rovnic:

a) $(tx' - x) \cos\left(\frac{x}{t}\right) = t$, b) $(x^2 - t^2) \cdot dt - 2xt \cdot dx = 0$, c) $x^2 + t^2 x' = txx'$.

5. Nalezni řešení zadaných rovnic:

a) $x' = \frac{t-x+1}{t-x}$, b) $x' = \frac{t+2x-7}{t-3}$, c) $x' = \frac{x}{t+x}$.

Výsledky:

- | | | |
|--|--|---|
| 1. a) $x(t) = \frac{t^3}{3} + C, C \in \mathbb{R}$ | b) $x(t) = 3 + 2 \cdot \arctan \sqrt{t}$ | c) $x(t) = t \log t - t + 2$ |
| 2. a) $\frac{x(t)^2}{2} + x + \log x-1 = -\frac{1}{t} + C$ | b) $x(t) = 2 - 3 \cos t$ | c) $x(t) = \frac{1}{\sqrt{1+3e^{-2t}}}$ |
| d) $x(t) = 5t - \cos t + C$ | e) $x(t) = e^{Cx}$ | f) $x(t) = Ce^{-\frac{1}{t^2}}$ |
| g) $x(t) = C(t+1)e^{-t}$ | h) $x(t) = \sqrt{(t-2)e^t + C}$ | i) $x(t) \equiv 0, x(t) = \frac{1}{1-Cx}$ |
| 3. a) $x(t) = 2 \tan(2t+C) - 4t$ | b) $x(t) = Ce^{2t} - 3, C \geq 0$ | c) $x(t) = \tan(t+C) - t$ |
| 4. a) $e^{\sin\left(\frac{x(t)}{t}\right)} = Ct$ | b) $x(t) = \pm \sqrt{Cx - x^2}$ | c) $x(t) = Ce^{\frac{x(t)}{t}}$ |
| 5. a) $(t-x(t))^2 + 2t + C = 0$ | b) $x(t) = C(t-3)^2 - t + 5$ | c) $x(t) \log x(t) = t + Cx(t)$ |