

CVIČENÍ 3

Elementární metody II

1. Řeš následující úlohy:

a) $x' = 6t - 2x$, c) $x' = 4xt + (2t + 1)e^{2t^2}$, e) $x' \cos(t) = (x + 2 \cos(t)) \sin(t)$,

b) $x' = 2t(t^2 + x)$, d) $x'e^{t^2} + 2xte^{t^2} = \cos(t)$, f) $x' - x \tan(t) - \sin(t) = 0$.

2. Řeš následující úlohy:

a) $t(t^2 + x^2 - 4) + x(t^2 + x^2 + 4)x' = 0$, b) $(x^2 - 1)dt + (2xt + 3x)dx = 0$,

c) $x(1 + xt)dt - tdx = 0$, d) $2tx + (x^2 - t^2)x' = 0$,

e) $2tdt + 2xdx = 0$, f) $(t^2 - 3x^2)dt + 2xt dx = 0$.

3. Řeš následující úlohy:

a) $x' + x = t\sqrt{x}$, b) $x' - 2xt = 2t^3x^2$,

c) $tx' + x = x^2 \ln(t)$, d) $x' + \frac{xt}{1 - t^2} = t\sqrt{x}$,

e) $x' - \frac{xt}{2(t^2 - 1)} = \frac{t}{2x}$, f) $x' = \frac{4}{t}x + t\sqrt{x}$.

Výsledky:

- | | | | |
|----|---|--|---|
| 1. | a) $x(t) = 3t - \frac{3}{2} + Ce^{-2t}$ | c) $x(t) = (t^2 + t + C)e^{2t^2}$ | e) $x(t) = \frac{\sin^2(t) + C}{\cos(t)}$ |
| | b) $x(t) = -t^2 - 1 + Ce^{t^2}$ | d) $x(t) = (C + \sin(t))e^{-t^2}$ | f) $x(t) = \frac{\sin^2(t)}{2 \cos(t)} + \frac{C}{\cos(t)}$ |
| 2. | a) $(t^2 + x^2)^2 + 8(x^2 - t^2)^2 = C$ | b) $tx^2 - t + \frac{3}{2}x^2 = C$ | c) $\frac{t}{x} + \frac{t^2}{2} = C$ |
| | d) $\frac{t^2}{x} + x = C$ | e) $x^2 + t^2 = C$ | f) $\pm \sqrt{Ct^3 + t^2}$ |
| 3. | a) $x(t) \equiv 0$, $x(t) = (t - 2 + Ce^{-\frac{t}{2}})^2$ | b) $x(t) \equiv 0$, $x(t) = (1 - t^2 + Ce^{-t^2})^{-1}$ | |
| | c) $x(t) \equiv 0$, $x(t) = (1 + \ln(t) + Ct)^{-1}$ | d) $x(t) \equiv 0$, $x(t) = (C\sqrt[3]{1 - t^2} + \frac{1-t^2}{3})^2$ | |
| | e) $x(t) = \sqrt{t^2 - 1 + C\sqrt{t^2 - 1}}$ | f) $x(t) \equiv 0$, $x(t) = t^4(\ln\sqrt{ t } + C)^2$ | |