

CVIČENÍ 4

Lineární rovnice n-tého řádu

1. Řeš následující úlohy:

a) $2x + (x^2 - 6t)x' = 0$, b) $x dt - (t + x^2 \sin(x)) dx = 0$, c) $x' = (e^{-x} - t)^{-1}$,

2. Řeš následující úlohy:

a) $x'' + x' - 2x = 0$, b) $x'' + 4x' + 4x = 0$,

c) $x^{(4)} - 16x = 0$, d) $x^{(4)} + 2x'' + x = 0$.

3. Řeš následující úlohy:

a) $x'' - 3x' + 2x = t^2$, b) $x'' + 3x' + 2x = (20t + 29)e^{3t}$,

c) $x'' - 2x' + 5x = 5e^{2t} \sin(t)$, d) $x^{(5)} - 3x^{(4)} + 2x^{(3)} = 8t - 12$,

e) $x'' + x' = t^2 - t + 6e^{2t}$, f) $x'' + 2x' + 2x = 3e^{-t} \cos(t)$,

g) $x''' + 2x'' + x' = t^2 + \sin(t)$, h) $x''' + x'' + 9x' + 9x = e^t + 10 \cos(3t)$.

4. Řeš následující úlohy:

a) $x'' - 2x' + x = \frac{e^t}{t}$, b) $x'' + 4x = \frac{1}{\sin(2t)}$, c) $x'' - 2x' + x = \frac{e^t}{t^2 + 1}$,

Výsledky:

- a) $t = \frac{x^2}{2} + Cx^3, x(t) \equiv 0$ b) $t = -x \cos(x) + Cx, x(t) \equiv 0$ c) $t = (C + x)e^{-x}$
- a) $x(t) = C_1 e^t + C_2 e^{-2t}$ c) $x(t) = C_1 e^{2t} + C_2 e^{-2t} + C_3 \cos(2t) + C_4 \sin(2t)$
 b) $x(t) = C_1 e^{-2t} + C_2 t e^{-2t}$ d) $x(t) = C_1 \cos(t) + C_2 \sin(t) + C_3 t \cos(t) + C_4 t \sin(t)$
- a) $x(t) = C_1 e^{2t} + C_2 e^t + \frac{t^2}{2} + \frac{3}{2}t + \frac{7}{4}$ b) $x(t) = C_1 e^{-2t} + C_2 e^{-t} + (t + 1)e^{3t}$
 c) $x(t) = C_1 e^t \cos(2t) + C_2 e^t \sin(2t) + e^{2t}(\sin(t) - \frac{1}{2} \cos(t))$ d) $x(t) = C_1 + C_2 t + C_3 t^2 + C_4 e^{2t} + C_5 e^t + \frac{t^4}{6}$
 e) $x(t) = C_1 + C_2 e^{-t} + \frac{t^3}{3} - \frac{3}{2}t^2 + 3t + e^{2t}$ f) $x(t) = e^{-t}(C_1 \cos(t) + C_2 \sin(t)) + \frac{3}{2}t e^{-t} \sin(t)$
 g) $x(t) = C_1 + C_2 e^{-t} + C_3 t e^{-t} + \frac{t^3}{3} - 2t^2 + 6t - \frac{1}{2} \sin(t)$ h) $x(t) = C_1 e^{-t} + C_2 \cos(3t) + C_3 \sin(3t) + \frac{e^t}{20} - \frac{t}{2} \cos(3t) + \frac{t}{6} \sin(3t)$
- a) $x(t) = C_1 e^t + C_2 t e^t + t e^t (\ln |t| - 1)$ b) $x(t) = C_1 \cos(2t) + C_2 \sin(2t) - \frac{t}{2} \cos(2t) + \frac{\sin(2t)}{4} \ln |\sin(2t)|$ c) $x(t) = C_1 e^t + C_2 t e^t - \frac{e^t}{2} \ln(t^2 + 1) + t e^t \arctan(t)$