M5858

Cvičení 7

Autonomní systémy

1. Analyzuj systémy:

a)
$$\begin{aligned} x_1' &= x_1 + 4x_2 + 1, \\ x_2' &= -2x_1 - 3x_2 - 2, \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} x_1' &= -x_1 - x_2, \\ x_2' &= -x_1 - x_2, \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} x_1' &= x_2, \\ x_2' &= -x_1 - x_2 - x_1^2 - x_2^2, \end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned} x_1' &= x_1^2 - \frac{x_1^3}{3} - \frac{x_2}{3}, \\ x_2' &= 6x_1 - 3x_2, \end{aligned}$$

e)
$$\begin{aligned} x_1' &= -x_1^2 + x_2 + 2, \\ x_2' &= x_1 x_2 - x_2^2, \end{aligned}$$

f)
$$\begin{aligned} x_1' &= (1 - x_1 + ax_2)x_1, \\ x_2' &= (b + cx_1 - x_2)x_2, \\ & a, b, c > 0 \end{aligned}$$

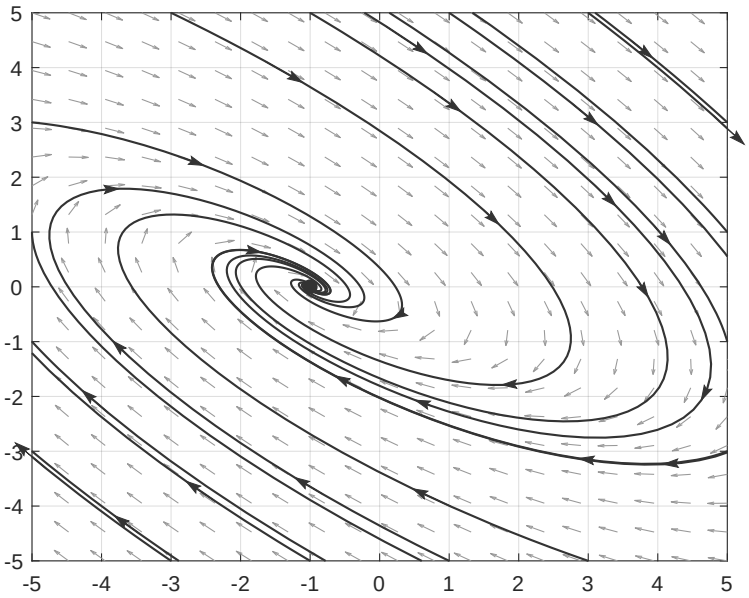
g)
$$\begin{aligned} x_1' &= -\beta x_1 x_2 - \lambda x_1, \\ x_2' &= \beta x_1 x_2 - \gamma x_2, \\ x_3' &= \gamma x_2 + \lambda x_1, \\ & \beta, \gamma, \lambda > 0 \end{aligned}$$

h)
$$\begin{aligned} x_1' &= x_1 - x_2 + 1, \\ x_2' &= -\sin(x_1). \end{aligned}$$

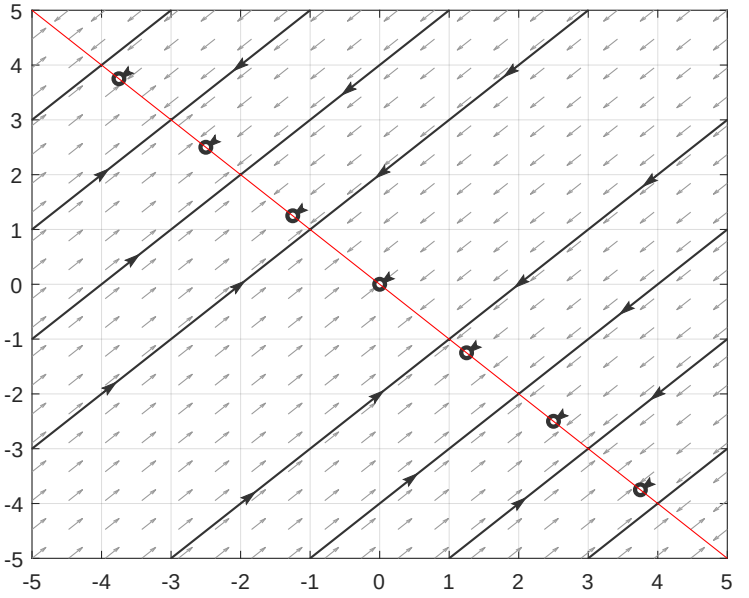
V případě systémů závisejících na parametrech, můžete začít analýzou pro konkrétní volbu parametrů (viz výsledky) a následně zkusit analýzu provést pro obecné parametry. Výsledky porovnejte.

Výsledky:

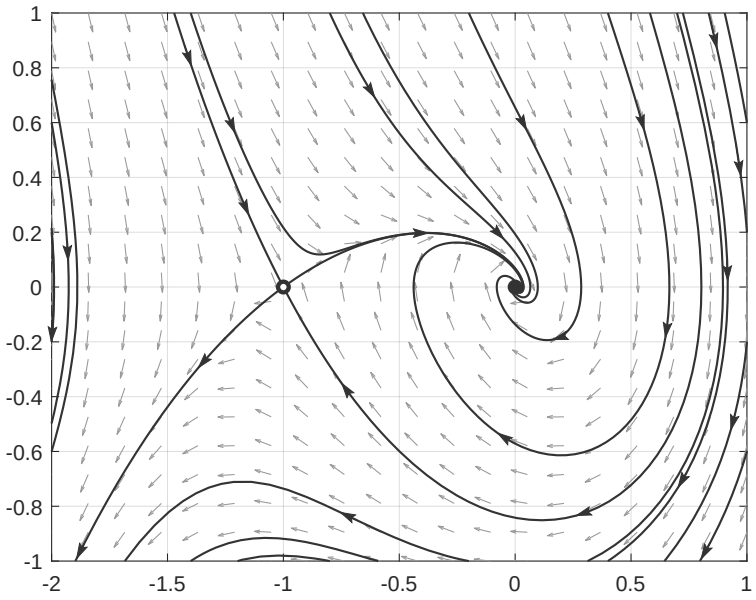
a) Jedno stabilní ohnisko:



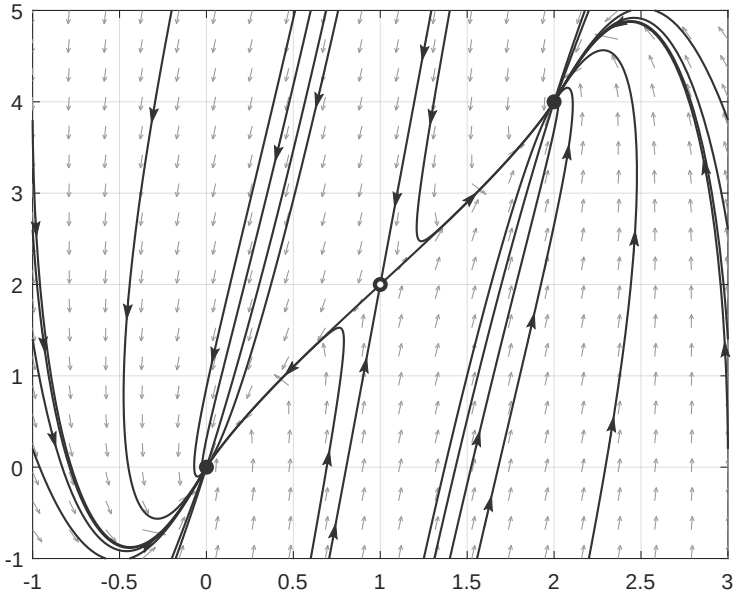
b) Nekonečně mnoho rovnovážných bodů:



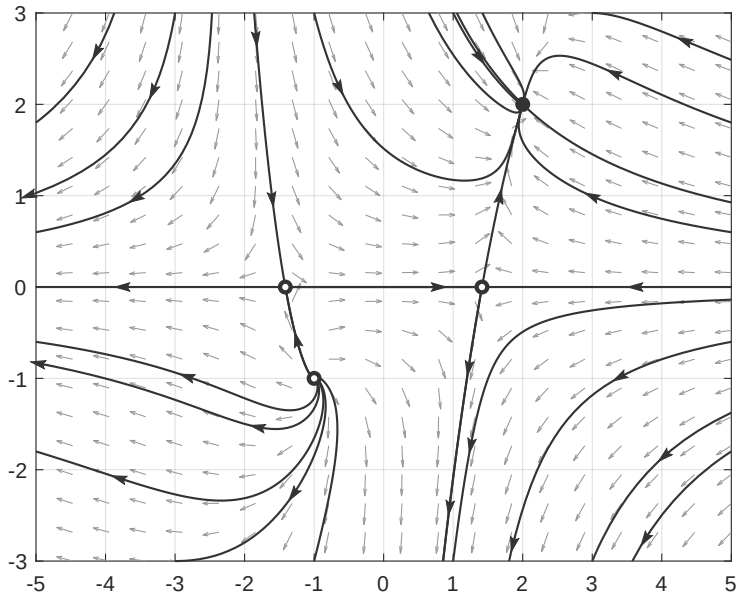
c) Sedlo a stabilní ohnisko:



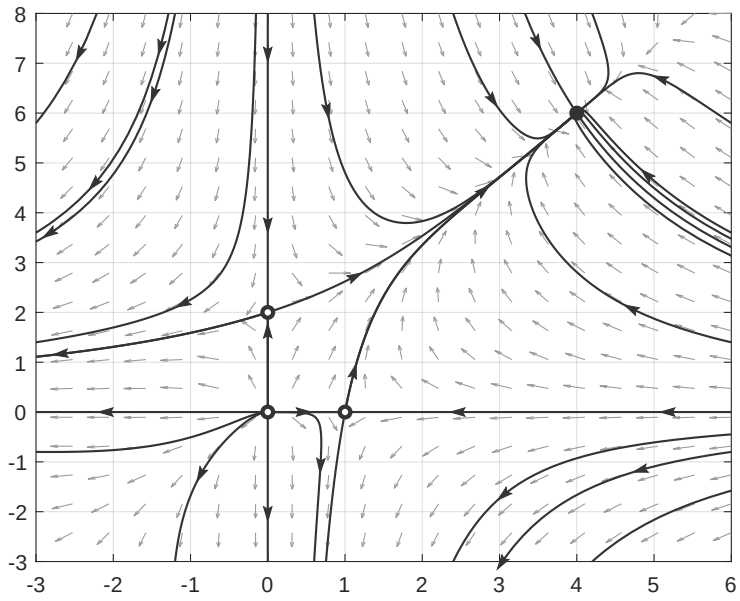
d) Sedlo a dva stabilní uzly:



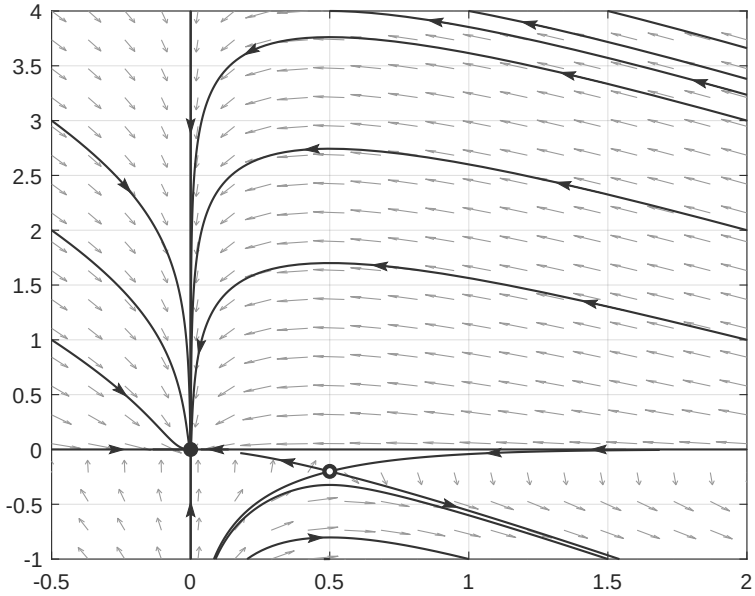
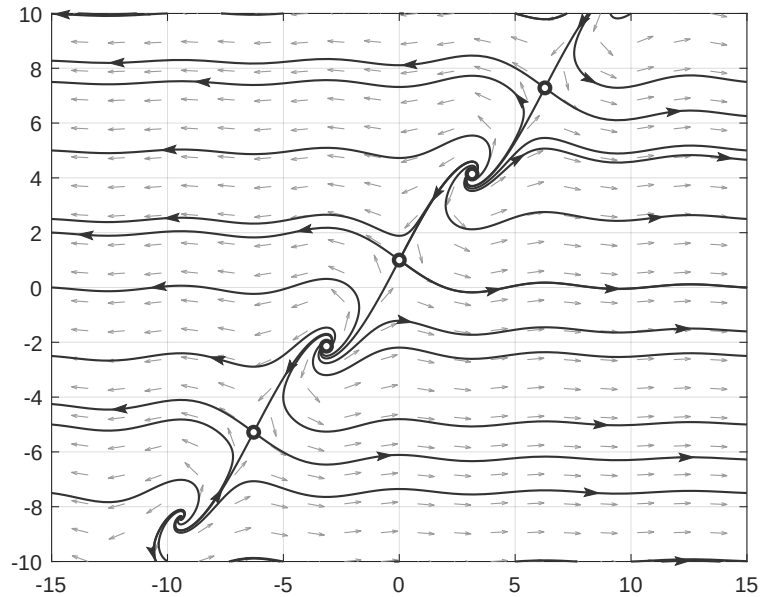
e) Dvě sedla, nestabilní ohnisko a stabilní uzel:



f) Pro $a = 0.5, b = 2, c = 1$, dvě sedla, nestabilní a stabilní uzel:



g) Pro $\beta = 0.5, \gamma = 0.25, \lambda = 0.1$, jeden stabilní uzel a jedno sedlo:



h) Nekonečně mnoho sedel i nestabilních ohnisek (podle daného násobku π):