

Pokročilé numerické metody I

Úvod

Jiří Zelinka

- Fiedler M.: Speciální matice a jejich použití v numerické matematice, SNTL, 1981
- Golub G. H. , Van Loan C. F.: Matrix Computations, JHU Press, 2013
- Searle S. R.: Matrix Algebra Useful for Statistics, Wiley, 2006
- Mathews, J.H., Fink, K.D.: Numerical methods using MATLAB, Pearson Prentice Hall, 2003
- Stoer, J., Bulirsch R.: Introduction to Numerical Analysis, Springer, 1992
- Davis, P. J.: Circulant Matrices, Wiley, 1979

- Úvod (opakování základních pojmů)
- Metoda nejmenších čtverců (různé přístupy)
- Maticové rozklady (LU rozklad, Choleského rozklad, singulární rozklad, QR rozklad)
- Výpočet vlastních hodnot a vlastních vektorů
- Základní iterační metody pro řešení systému lineárních rovnic
- Pokročilé metody pro řešení systému lineárních rovnic
- Použití matic při řešení diferenciálních rovnic
- Různé další maticové metody (odmocnina z matice, funkce matice)
- Řídké matice (stručný úvod)

Základní maticové pojmy

- sčítání, násobení
- transponovaná A^T , hermitovsky sdružená A^*
- symetrická, hermitovská
- pozitivní (semi)definitnost
- hodnost, hodnost součinu matic, stopa
- vlastní vektory a hodnoty (čísla), aritmetická a geometrická násobnost
- determinant, inverzní matice

Matice a vektory

- vektory – sloupcové $\rightarrow u = A \cdot v = Av$
- lineární obal množiny vektorů $\mathcal{L}(v_1, \dots, v_n)$
- skalární součin $((u, v) = \sum u_i \bar{v}_i = v^* u)$, Schwarzova nerovnost, norma, metrika, spojitost skal. součinu a normy
- kolmost (ortogonalita), Pythagorova věta
- ortogonální doplněk M^\perp , M neprázdná
- $A^* A$ a pozitivní semidefinitnost,
- $A^* Ax = 0$, $h(A) = r(A) = r(A^* A)$, zákony o krácení
- $A^* A$ jakožto matice skalárních součinů
- obor hodnot: $\mathcal{R}(A)$, $r(A) = \dim \mathcal{R}(A)$, jádro: $\mathcal{N}(A)$, $\text{Ker}(A)$, pro A typu $m \times n$ je $r(A) + \dim \mathcal{N}(A) = n$
- lineární kombinace a lineární obal sloupců matice
- $\mathcal{N}(A) = \mathcal{R}^\perp(A^*)$
- věta o ortogonálním rozkladu

- vektorové a maticové normy
- blokové matice
- permutační matice
- inverze matice 2×2