4. domácí úkol - MIN 101 (jaro 2024)

Odevzdat do 16.12.

1. V závislosti na parametrech $k, l \in \mathbb{R}$ rozhodněte, zda jsou vektory v následujícím podprostoru lineárně závislé či nezávislé

   $M = \{(1, 2, 3 - l, 3), (1, 2 + k, 4, 6), (2, 4, l - 6, 7), (1, 2 - k, 2 - l, 1)\} \subset \mathbb{R}^4.$

   Nápověda: Nejdříve vytvořte matici z příslušných sloupcových vektorů a upravte na schodovitý tvar. Následně proveďte diskusi s parametry a, b, pro které bude množina lineárně závislá/nezávislá.

2. Najděte ortonormální bázi roviny $\rho : 2x + 3y + z = 0$.

   Nápověda: Doporučuji nejdříve najít alespoň dva vektory, které leží v příslušné rovině. Následně pouze stačí využít Gram-Schmidtův algoritmus pro generování OG báze.

3. **(Bonusový příklad)**. Mějme prostor polynomů

   $$V = \{P_n(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k x^k | a_k \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^n.$$

   Ověřme, zda množina všech polynomů třetího stupně $P_3(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3$ splňující $(a_0 + a_1)(a_2 + a_3) = 0$, tvoří (či netvoří) vektorový podprostor ve V.

   Nápověda: V podstatě zde stačí ukázat, že je množina $P_3(x)$ uzavřená vzhledem ke sčítání a násobení skalárem. Následně se pokuste dobrou volbou polynomů p a q zkonstruovat potenciální protipříklad vzhledem k operaci sčítání nebo násobení skalárem. Stačí, když bude narušena alespoň jedna z definičních vlastností podprostorů.