3. domácí úkol – MIN301 – podzim 2023 – odevzdat do **17.11.2023**

Určete následující integrály:

$$I_1 = \int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \frac{1}{1+y^3}\, dydx \quad \text{a} \quad I_2 = \int_0^1 \int_{-\sqrt[5]{x}}^{\sqrt{x}} \sin y^3\, dydx.$$

Řešení: Přímý výpočet I_1 vede na složitý výraz, ale přehozením pořadí integrace dostaneme

$$I_1 = \int_0^2 \int_0^{y^2} \frac{1}{1+y^3}\, dxdy = \int_0^2 \frac{y^2}{1+y^3}\, dy.$$

Odtud dopočítáme, že $I_1 = \frac{2}{3}\ln 3$.

Dále opět přehozením pořadí integrace dostaneme

$$I_2 = \int_0^1 \int_{-\sqrt[5]{x}}^{\sqrt{x}} \sin y^3\, dydx = \int_0^1 \int_{y^2}^1 \sin y^3\, dxdy + \int_{-1}^0 \int_{-y^5}^1 \sin y^3\, dxdy.$$

(Nakreslete si obrázek.) Odtud výpočtem (s využitím $\int_{-1}^1 \sin y^3\, dy = 0$) dostaneme

$$I_2 = -\int_0^1 y^2 \sin y^3\, dy + \int_{-1}^0 y^5 \sin y^3\, dy.$$

Nyní substitucí $t = y^3$ (a případně ještě integrováním per partes) dopočítáme, že $I_2 = \frac{1}{3}\sin 1 - \frac{1}{3}$.