

MATEMATICKÁ ANALÝZA 1  
ČTVRTÉ CVIČENÍ – DERIVACE FUNKCE  
24. 10. 2024

PŘÍKLAD 1: Vypočtěte derivace následujících funkcí

a)  $f(x) = 6x^2 + \sin x$

b)  $f(x) = x\sqrt[3]{x} + \cos x$

c)  $f(x) = \frac{5x^6 - 6x^5 + 7}{x^2}$

d)  $f(x) = x^3 \ln x$

e)  $f(x) = x^2 e^x - \operatorname{arctg} x$

f)  $f(x) = x^2 \cdot \sin x \cdot \cotg x$

g)  $f(x) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$

h)  $f(x) = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$

i)  $f(x) = \frac{\sin x - x \cos x}{\cos x + x \sin x}$

j)  $f(x) = \ln \frac{x^2 + 1}{x}$

k)  $f(x) = \sin^3 x^2$

l)  $f(x) = \ln \sqrt{\frac{x-2}{x+2}}$

m)  $f(x) = 4 \operatorname{arctg} \frac{1-x}{x}$

n)  $f(x) = \ln \sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}$

o)  $f(x) = \ln \operatorname{arctg} \sqrt{1+x^2}$

p)  $f(x) = \ln^4 \cos^3 2x^2$

PŘÍKLAD 2: Vypočtěte druhou derivaci funkcí

a)  $y = x^5 + 4x^3 + 2x^2,$

b)  $y = x^3 + \frac{1}{x^3},$

c)  $y = x e^{-x},$

d)  $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}.$

PŘÍKLAD 3: Uvažte funkci  $\pi(Q) = QP(Q) - cQ$ , kde  $P$  je diferencovatelná funkce a  $c \in \mathbb{R}$ . Vypočtěte  $\frac{d\pi}{dQ}$ .

PŘÍKLAD 4: Uvažme tzv. nákladovou funkci

$$C(x) = 8\sqrt[4]{x^3} + 300,$$

kteřá vyjadřuje náklady na produkci  $x$  výrobků ve stovkách korun. Spočtěte derivaci  $C'(x)$  a interpretujte tento výsledek.

PŘÍKLAD 5: Velikost populace  $P$  jistého druhu v desítkách kusů za  $x$  let od dnešního dne se dá popsat výrazem

$$P(x) = 5x - 0,4x^2$$

( $0 \leq x \leq 8$ ). Vypočtěte  $P(3)$ ,  $P'(3)$  a  $P''(3)$  a interpretujte tyto výsledky.