

MATEMATICKÁ ANALÝZA 1  
PROGRAM OSMÉHO CVIČENÍ  
14.11.2024

PŘÍKLAD 1: Nádrž má tvar rotačního kužele s poloměrem podstavy 2 m a výškou 4 m. Do nádrže přitéká voda rychlostí  $2 \text{ m}^3/\text{min}$ . Určete, jak rychle roste výška hladiny, když je hloubka vody 3 m.

PŘÍKLAD 2: Jednoduchý makroekonomický model bez veřejných výdajů a zahraničního obchodu je dán vztahy

$$Y = C + I$$
$$C = a + bY, \quad a, b \in \mathbb{R}$$

kde  $Y$  je národní důchod,  $C$  spotřeba a  $I$  investice. Jak musíme zvýšit investice, abychom dostali předem dané zvýšení národního důchodu?

PŘÍKLAD 3: Auto A cestuje rychlostí 90 km/h na západ. Auto B cestuje rychlostí 100 km/h na sever. Obě míří ke křižovatce obou cest. Jakou rychlostí se k sobě přibližují, když auto A je 60 m od křižovatky a auto B je 80 m od křižovatky.

PŘÍKLAD 4: Určete intervaly monotonie a lokální extrémů funkce

a)  $y = 3x^5 - 5x^3 + 3$ ,

b)  $y = xe^{\frac{1}{x}}$ ,

c)  $y = \sqrt[3]{x}(x + 4)$ .

PŘÍKLAD 5: Určete absolutní extrémů funkce

a)  $f(x) = x - x^3, \quad x \in [0, 1]$ ,

b)  $f(x) = \frac{x}{1+x}, \quad x \in [0, 1]$ .

PŘÍKLAD 6: Do koule vepište válec o co největším objemu.

PŘÍKLAD 7: Farma může prodat 20 beden úrody týdně při ceně 400 Kč. Majitel odhaduje, že při snížení ceny o 10 Kč prodá o dvě bedny více. Výrobní náklady jsou 200 Kč na jednu bednu. Jaká je optimální cena bedny úrody pro maximalizaci zisku a jak velký tento zisk bude?

PŘÍKLAD 8: Chceme se dostat na protější břeh (přímo naproti) kruhového jezera s poloměrem 3 km. Přičemž můžeme jít pěšky rychlostí 6 km/h nebo veslovat ve člunu rychlostí 3 km/h. Jak máme postupovat, když chceme dorazit na místo v nejkratším čase?

PŘÍKLAD 9: Pro ryby plovoucí relativní rychlostí  $v$  vůči plynoucí vodě je výdaj energie  $E$  za jednotku času přímo úměrný  $v^3$ . Předpokládá se, že se ryby snaží minimalizovat energii potřebnou k překonání dané vzdálenosti. Určete rychlost  $v$ , která minimalizuje hodnotu  $E(v)$  pro ryby, jež plavou proti proudu o rychlosti  $u$  do vzdálenosti  $L$ .