Matematická analýza 3
Sedmé cvičení

Příklad 1: [Cournot, 1838] Představme si, že jsme producentem nějakého produktu, jehož nefixní produkční náklady jsou minimální (např. minerální voda, mobilní data atd.), a zároveň máme monopol, tj. jsme jediným producentem. Pro konkrétnost uvažujme, že cena našeho produktu je

$$p = 6 - 0{,}01x, \qquad 0 \leq x \leq 600,$$

kde x značí množství prodaného produktu. Jaký je náš maximální zisk?

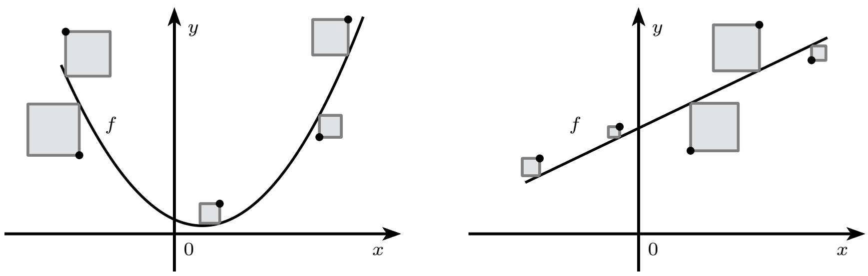
Co se stane, když budeme mít dalšího konkurenta, který prodává stejný produkt podle stejné cenové funkce? Jaký je maximální zisk obou producentů v tomto případě? Jak na tuto situaci pravděpodobně zareagují?

Příklad 2: Dlouhý kus válcovaného plechu o šířce 9 metrů se má ohnout do symetrického tvaru se třemi stranami, aby se z něj vytvořil okap pro odvod vody. Jaké mají být rozměry tohoto okapu, aby jím mohlo protékat maximální množství vody?

Příklad 3:[Metoda nejmenších čtverců] Označme y_k naměřené hodnoty v bodech x_k, $k = 1, \ldots, n$ a f hledanou funkci, nejčastěji polynom. Standartním kritériem nejlepšího přiblížení hledané funkce a naměřených hodnot je požadavek, aby součet

$$S = \sum_{k=1}^{n} (f(x_k) - y_k)^2$$

byl co nejmenší. Jedná se o součet obsahů čtverců, jejich strana má velikost rovnu rozdílu naměřené hodnoty a hodnoty nalezené funkce v daném bodě. O takto získaných křivkách říkáme, že byly nalezeny *metodou nejmenších čtverců*.



Jak vypadá rovnice přímky, která je proložena danými body touto metodou?

Příklad 4: Tři alely (varianty téhož genu) A, B a O určují krevní skupiny A (AA, AO), B (BB, B0), O (OO) a AB. Hardy-Weinbergův zákon říká, že část populace, která má dvě různé alely, je dána vztahem

$$P = 2pq + 2pr + 2rq,$$

kde p, q a r jsou podíly nositelů A, B a O v populaci. Jaká je maximální hodnota P?