

MATEMATICKÁ ANALÝZA 3  
DEVÁTÉ CVIČENÍ

PŘÍKLAD 1: Řešte rovnice se separovanými proměnnými:

a)  $xyy' = 1 - x^2$ ,

b)  $2y - x^3y' = 0$ ,

c)  $1 + y^2 + xyy' = 0$ ,

d)  $y + xy + xy' - xyy' = 0$ .

PŘÍKLAD 2: Řešte dané počáteční problémy:

a)  $\frac{y}{y'} - x = 0$ ,  $y(1) = 1$ ,

b)  $2(1 + e^x)yy' = e^x$ ,  $y(0) = 0$ .

PŘÍKLAD 3: Řešte lineární rovnice:

a)  $y' + 4x^3y = x^2e^{-x^4}$ ,

b)  $y' + 3x^2y = 6x^2$ ,

c)  $y' + 2y = 2e^x$ ,

d)  $(1 + x^2)y' - 2xy = (1 + x^2)^2$ .

PŘÍKLAD 4: Řešte dané počáteční problémy:

a)  $2xy' + x^2 - 6y = 0$ ,  $y(1) = 1$ ,

b)  $y' - \frac{y}{x+1} = x$ ,  $y(1) = 0$ .

PŘÍKLAD 5: Spalování fosilních paliv je zodpovědné za zvýšení množství oxidu uhličitého, který je pravděpodobně jednou z příčin zvýšení globální teploty. V současnosti je v atmosféře přibližně 3200 miliard tun oxidu uhličitého a jeho množství roste každoročně o 50 miliard tun, přičemž pouze 1% z akumulovaného množství se každoročně odstraní přírodními procesy. Namodelujte množství oxidu uhličitého v čase pomocí diferenciální rovnice a určete, kdy bude v atmosféře 4000 miliard tun oxidu uhličitého (jedná se o množství, při kterém by mělo dojít ke zvýšení teploty o dva stupně Celsia). Jaké bude dlouhodobé množství oxidu uhličitého v atmosféře?

PŘÍKLAD 6: Detektiv Větvička byl právě povolán do třípatrového činžáku, aby ohledal tělo zesnulého. Jezevčík Kudla se těšil dobrému zdraví ( $T_k = 38^\circ\text{C}$ ). Zničehonic však v úterý, v době nepřítomnosti svého páníčka, pana Drobka, náhle zemřel. Když se pan Drobek vrátil z hospody, změřením tělesné teploty ( $T_1 = 36,5^\circ\text{C}$ ) zjistil, že milý jezevčík Kudla je již nějakou dobu po smrti. Zdrčen svou ztrátou zavolal nejlepšímu detektivovi v okolí - panu Větvičkovi. Ten se za hodinu objevil u dveří číslo 12 ve třetím patře a po osobním přeměření tělesné teploty jezevčíka ( $T_2 = 36^\circ\text{C}$ ) potvrdil jeho skon. Protože však v místnosti bylo příjemných  $24^\circ\text{C}$ , sundal si nejprve kabát a teprve pak se pustil do podrobnějšího ohledání Kudlova tělínka. Zjistěte, za jak dlouho po Kudlově smrti přišel pan Drobek domů.

Použijte tzv. Newtonův zákon, který říká, že teplená ochlazování/oteplování probíhá přímo úměrně rozdílu teplot daného tělesa a okolí.