

1. cvičení (21. a 22. 9. 2023)

Kružnice

1. Nalezněte rovnici kružnice opsané trojúhelníku ABC , kde $A[-3; 2]$, $B[-1; 4]$, $C[3; 0]$.
2. Na přímce $p: 5x - 12y - 9 = 0$ nalezněte takový bod S_0 , aby jeho vzdálenost od středu kružnice $k: x^2 + y^2 - 2x - 8y - 8 = 0$ byla co nejmenší. Vypočtěte dále délku tětiny, kterou přímka p na kružnici vytíná.
3. Určete tečny kružnice $k: (x - 1)^2 + (y + 13)^2 = 100$, které prochází bodem $A[3; 1]$. Pro každou z tečen určete také dotykový bod.

Elipsa

1. Vypočtěte délku úsečky RS , kde S je střed elipsy

$$e: \frac{(x - 2)^2}{25} + \frac{(y + 1)^2}{100} = 1$$

a R je střed tětiny, kterou vytíná přímka $p: 2x + y - 17 = 0$ na elipse e .

2. Vypočtěte obsah čtyřúhelníku $FCGD$, kde body F a G jsou ohniska a body C a D vedlejší vrcholy elipsy

$$e: 25x^2 + 9y^2 + 100x - 18y - 116 = 0.$$

O jaký čtyřúhelník jde?

Parabola

1. Určete rovnici, vrchol, osu a průsečíky s osami souřadného systému paraboly, která má řídicí přímku $d: x = \frac{5}{4}$ a ohnisko $F[\frac{3}{4}; 2]$.
2. Je dána kuželosečka $p: x^2 - 6x + 4y - 7 = 0$ a přímka $r: x + 3y - 2 = 0$. Nalezněte všechny tečny zadané kuželosečky, které jsou kolmé k přímce r . K tečnám zjistěte také souřadnice jejich dotykových bodů.

Hyperbola

1. Nechť je dána hyperbola

$$h: \frac{x^2}{9} - \frac{(y + 2)^2}{16} = 1.$$

Označme A libovolný vrchol hyperboly h a F to z ohnisek, které je blíže vrcholu A . Určete vzdálenost středu úsečky AF od asymptoty hyperboly.

2. Nalezněte rovnici hyperboly, která má osy totožné s osami soustavy souřadnic, prochází bodem $M[9; 2\sqrt{5}]$ a jedna z jejích asymptot má rovnici $a_1: 2x - 3y = 0$.
3. Nalezněte rovnice všech přímek, které prochází bodem $B[5; -2]$ a mají s kuželosečkou $k: x^2 - 4y^2 - 9 = 0$ jediný společný bod.

Řešení

Kružnice

1. $k: x^2 + (y - 1)^2 = 10$
2. $S_0 \left[\frac{33}{13}; \frac{4}{13} \right]$, přímka vytíná tětivu délky 6.
3. $t_1: 3x - 4y - 5 = 0, T_1[-5; -5]$
 $t_2: 4x + 3y - 15 = 0, T_2[9; -7]$

Elipsa

1. $|RS| = \frac{7\sqrt{5}}{2}$
2. $S = 24$, jedná se o kosočtverec.

Parabola

1. $p: -(x - 1) = (y - 2)^2$
 $V[1; 2],$
 $o: y = 2,$
 $X[-3; 0],$
 $Y_1[0; 1], Y_2[0; 3]$
2. $t: 3x - y + 4 = 0,$
 $T[-3; -5]$

Hyperbola

1. $\frac{16}{5}$
2. $h: \frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{16} = 1$
3. $p_1: y = \frac{1}{2}x - \frac{9}{2}$
 $p_2: y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$
 $p_3: 5x + 8y - 9 = 0$