

## 2. cvičení (29. 9. a 5. 10. 2023)

### Kubické rovnice

1. Řešte v  $\mathbb{C}$  rovnice

(a)  $x^3 - 2x^2 + 9x - 18 = 0$

(b)  $x^3 - x^2 - 4x + 24 = 0$

(c)  $4x^3 + 32x^2 + 55x - 36 = 0$

### Kvadratické rovnice dvou neznámých

2. Řešte v  $\mathbb{C}^2$  rovnici

(a)  $x^2 + 10xy + 9y^2 = 0$

(b)  $6a^2 + 7ab - 3b^2 = 0$

(c)  $5u^2 - 18uv + 18v^2 = 0$

### Determinanty

3. Vypočítejte determinanty

(a)  $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$

(b)  $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$

(c)  $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & 0 & -4 \\ -3 & -3 & 3 & 2 \\ 5 & -2 & 2 & -4 \end{vmatrix}$

(d)  $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 & 6 \\ 2 & 1 & 1 & -1 \\ -2 & 3 & 1 & 3 \\ 4 & -2 & 0 & -4 \end{vmatrix}$

### Vlastní čísla, vlastní vektory

4. Určete vlastní čísla a vlastní vektory matic

(a)  $\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

(b)  $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -10 & 5 \end{pmatrix}$

(c)  $\begin{pmatrix} 8 & -5 & -5 \\ 11 & -6 & -7 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

(d)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ -2 & -5 & -3 \end{pmatrix}$

(e)  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -3 & -4 & -3 \\ 3 & 6 & 5 \end{pmatrix}$

(f)  $\begin{pmatrix} 6 & 7 & 3 \\ -3 & -2 & -1 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

# Řešení

## Kubické rovnice

1. (a)  $x_1 = 2, x_2 = 3i, x_3 = -3i$
- (b)  $x_1 = -3, x_2 = 2 + 2i, x_3 = 2 - 2i$
- (c)  $x_1 = -4, x_2 = \frac{1}{2}, x_3 = -\frac{9}{2}$

## Kvadratické rovnice dvou neznámých

2. (a)  $K = \{-t; t; [-9t; t]\}, t \in \mathbb{C}$
- (b)  $K = \{t; 3t; [-3t; 2t]\}, t \in \mathbb{C}$
- (c)  $K = \{6t; (3+i)t; [6t; (3-i)t]\}, t \in \mathbb{C}$

## Determinanty

3. (a) 8
- (b) 15
- (c) -75
- (d) 0

## Vlastní čísla, vlastní vektory

4. (a) char. polynom  $\lambda^2 - 7\lambda + 12$   
 $\lambda_1 = 3, \mathbf{u}_1 = (1, 2)$   
 $\lambda_2 = 4, \mathbf{u}_2 = (1, 1)$
- (b) char. polynom  $\lambda^2 - 4\lambda + 5$   
 $\lambda_1 = 2 + i, \mathbf{u}_1 = (1, 3 + i)$   
 $\lambda_2 = 2 - i, \mathbf{u}_2 = (1, 3 - i)$
- (c) char. polynom  $\lambda^3 - 2\lambda^2 - 5\lambda + 6$   
 $\lambda_1 = 3, \mathbf{u}_1 = (1, 2, -1)$   
 $\lambda_2 = 1, \mathbf{u}_2 = (0, 1, -1)$   
 $\lambda_3 = -2, \mathbf{u}_3 = (1, 1, 1)$
- (d) char. polynom  $\lambda^3 - \lambda^2 + 2$   
 $\lambda_1 = -1, \mathbf{u}_1 = (1, 0, -1)$   
 $\lambda_2 = 1 + i, \mathbf{u}_2 = (1, -1 - i, 1 + i)$   
 $\lambda_3 = 1 - i, \mathbf{u}_3 = (1, -1 + i, 1 - i)$
- (e) char. polynom  $\lambda^3 - 3\lambda^2 + 4$   
 $\lambda_{1,2} = 2, \mathbf{u}_1 = (1, 0, -1), \mathbf{u}_2 = (0, 1, -2)$   
 $\lambda_3 = -1, \mathbf{u}_3 = (0, 1, -1)$
- (f) char. polynom  $\lambda^3 - 8\lambda^2 + 25\lambda - 26$   
 $\lambda_1 = 2, \mathbf{u}_1 = (1, -1, 1)$   
 $\lambda_2 = 3 + 2i, \mathbf{u}_2 = (5, -3 + i, 2 + i)$   
 $\lambda_3 = 3 - 2i, \mathbf{u}_3 = (5, -3 - i, 2 - i)$