

## 6. cvičení (27. 10. a 2. 11. 2023)

### Kuželosečky v projektivní rovině

Pojmy:

- kuželosečka;
- regulární a singulární kuželosečky;
- polární sdruženost bodů vzhledem ke kuželosečce;
- singulární bod kuželosečky, regulární bod kuželosečky;
- polára bodu, pól přímky;
- tečna v regulárním bodu kuželosečky.

Úlohy:

1. Určete společné body kuželosečky  $k$  a přímky  $p$ . Je kuželosečka  $k$  regulární?

(a)  $k_1: x_1^2 + x_2^2 - 4x_3^2 - 2x_1x_2 + 3x_1x_3 + 3x_2x_3 = 0$

$p_1: x_1 + 2x_2 - x_3 = 0$

(b)  $k_2: x_1^2 - 3x_2^2 - 3x_3^2 + 2x_1x_2 - 2x_1x_3 + 6x_2x_3 = 0$

$p_2: x_1 - x_2 + x_3 = 0$

2. Určete vzájemnou polohu přímky  $AB$  a kuželosečky  $k$ .

$k: x_1^2 - 2x_2^2 + x_1x_2 + 3x_1x_3 + 6x_2x_3 = 0$

$A = (2, -1, 3)$

$B = (0, 0, 1)$

3. Určete rovnici kuželosečky  $k$ , která prochází body  $A = (0, 0, 1)$ ,  $B = (0, 3, 1)$ ,  $C = (6, 0, 1)$ ,  $D = (2, 2, 1)$  a  $E = (-2, 1, 1)$ .

4. Určete poláru bodu  $A = (-3, -1, 1)$  vzhledem ke kuželosečce  $k: 3x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 + 6x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3 = 0$ .

5. Určete pól přímky  $p: 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0$  vzhledem ke kuželosečce  $k: 3x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 + 6x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3 = 0$ .

6. Určete tečny ke kuželosečce  $k: 3x_1^2 + 5x_2^2 + x_3^2 + 7x_1x_2 + 4x_1x_3 + 5x_2x_3 = 0$ , které prochází bodem  $M = (0, 0, 1)$ . Určete také body dotyku.

# Řešení

## Kuželosečky v projektivní rovině

- (a)  $A = (1; 0; 1)$ ,  $B = (1; -1; -1)$ , je regulární  
(b)  $p_2 \subseteq k_2$ , je singulární
- $AB \subseteq k$
- $k: x_1^2 + 4x_2^2 + 4x_1x_2 - 6x_1x_3 - 12x_2x_3 = 0$
- $p_A: 11x_1 + 10x_2 + 2x_3 = 0$
- $P = (8, -5, 1)$
- $t_1: 2x_1 + 5x_2 = 0$ ,  $T_1 = (5, -2, -5)$   
 $t_2: 2x_1 + x_2 = 0$ ,  $T_2 = (1, -2, 3)$