OTOČENÍ

(1) Dané dvě kružnice k_1 a k_2 se protínají ve dvou bodech. Jeden z nich je označen písmenem T. Sestrojte rovnostranný trojúhelník ABC tak, aby bod T byl jeho těžištěm, vrchol A ležel na kružnici k_1 a vrchol B na kružnici k_2.

(2) Je dán pravidelný šestiúhelník $ABCDEF$ se středem S. Sestrojme v něm střed K úhlopříčky BD a střed M strany EF. Dokažte, že trojúhelník AKM je rovnostranný. [Návod: Uvažte otočení se středem A, ve kterém $B \to S$. Ukažte, že v něm $SC \to EF$ a že K je střed SC.]

(3) V rovině je dána kružnice $k(S, r)$, přímka p a úsečka délky a, $a < 2r$. Sestrojte čtverec $ABCD$ o straně délky a, jehož vrcholy A, B leží na kružnici k a vrchol C na přímce p. [Návod: Sestrojte otočený čtverec $A'B'C'D'$, když vrchol $A' \in k$ zvolíte jakkoli. Nezapomeňte na dvě možné polohy bodu B' a (při daných bodech A', B') i dvě polohy bodu C'.]

(4) Uvnitř kružnice k o středu S jsou dány další dva body K a L, přitom úhel KSL není pravý. Sestrojte dvě shodné a navzájem kolmé tětivy kružnice k tak, aby na první z nich ležel bod K a na druhé bod L. [Návod: Uvažte, jaký je úhel toho otočení se středem S, které převede jednu tětivu na druhou.]

(5) V rovině je dána kružnice $k(S, r)$ a v její vnější oblasti dva body A, B. Sestrojte tětivu KL kružnice k tak, aby měla danou délku d, $d < 2r$, a aby platilo $|AK| = |BL|$. (Pro případ $d = 2r$ jde o úlohu 5 z cvičení na středové souměrnosti.) [Návod: Uvažte, že až na orientaci znáte velikost úhlu toho otočení se středem S, ve kterém $K \to L$.]

(6) Ve vnější oblasti kružnice $k(S, r)$ je dán bod A. Sestrojte přímku p, která prochází bodem A a protíná kružnici k ve dvou bodech X a Y tak, že trojúhelník SXY má největší možný obsah. [Návod: Vyjádřete nejprve, jak tento obsah závisí na poloměru r a na sinu úhlu XSY. Poté sestrojte otočenou tětivu $X'Y'$ nalezené délky.]

KONEC DOKUMENTU